# 10 Komplexe Zahlen

## Aufgabe 1

1. Addition

$$\begin{aligned} (1+2i)+(4-3i) &= (1+4)+i(2-3) &&= 5-i \\ (2+4i)+3 &= (2+3)+4i &&= 5+4i \\ (4+2i)-2i &= 4+i(2-2) &&= 4 \end{aligned}$$

2. Multiplikation

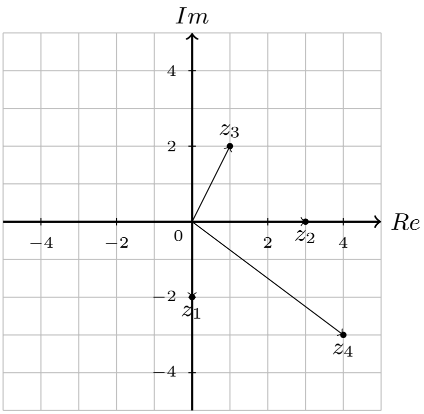
$$\begin{aligned} (1+2i)*(4-3i) &= 1*4+1*(-3i)+2i*4+2i*(-3i) &&= 10+5i \\ (3+2i)*(3-2i) &= 9+6i-6i-4i^2 &&= 13 \\ (1+3i)*((-1)*3i) &= 1+3i-3i+9i^2 &&= -10 \end{aligned}$$

3. Division

$$\frac{(1+2i)*(4+3i)}{(4-3i)*(4+3i)} = \frac{-2+11i}{25}$$
$$\frac{(3+2i)*(3+2i)}{(3-2i)*(3+2i)} = \frac{5+12i}{13}$$
$$\frac{(1+3i)*(-1-3i)}{(-1+3i)*(-1-3i)} = \frac{8-6i}{10}$$

## Aufgabe 2

1.




2. a)
   - Betrag: $|z_1| = \sqrt{(-2)^2} = 2$
   - Hauptargument: $\varphi_1 = arctan\frac{-2}{0} = -\frac{\pi}{2}$ (siehe Tabelle)
   - Eulersche Form: $z_1 = 2e^{\frac{-\pi}{2}i}$

   b)
   - Betrag: $|z_2| = \sqrt{3^2} = 3$
   - Hauptargument: $\varphi_2 = arctan\frac{0}{3} = 0$ (siehe Tabelle)

- Eulersche Form: $z_2 = 3e^{0 \cdot i}$

c)
- Betrag: $|z_3| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$
- Hauptargument: $\varphi_3 = arctan\frac{2}{1} \approx 63,4°$ (siehe TR)
- Eulersche Form: $z_3 = \sqrt{5}e^{arctan(2) \cdot i}$

d)
- Betrag: $|z_4| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$
- Hauptargument: $\varphi_4 = arctan\frac{-3}{4} \approx 323,1°$ (siehe TR)
- Eulersche Form: $z_4 = 5e^{arctan(\frac{-3}{4}) \cdot i}$

e)
- Betrag: $|z_5| = \sqrt{\left(e^{\frac{\pi}{4}}\right)^2 + 0} = e^{\frac{\pi}{4}}$
- Hauptargument: $\varphi_5 = arctan\frac{0}{e^{\frac{\pi}{4}}} = 0$ (nur Realteil vorhanden)

f)
- Betrag: $|z_6| = 1$, denn allgemein gilt:$(|z| \cdot e^{(i\varphi)})$
- Hauptargument: $\varphi_6 = arctan\frac{\pi}{4}$ (siehe eulersche Form)
- kartesische Form:
  $x = |z| \cdot cos\varphi = 1 \cdot cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$
  $y = |z| \cdot sin\varphi = 1 \cdot cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$
  $z_6 = \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot i$

g)
- Betrag: $|z_7| = 2$, denn allgemein gilt:$(|z| \cdot e^{(i\varphi)})$
- Hauptargument: $\varphi_7 = -\frac{3}{4}\pi$ (siehe eulersche Form)
- kartesische Form:
  $x = |z| \cdot cos\varphi = 2 \cdot cos(-\frac{3\pi}{4}) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$
  $y = |z| \cdot sin\varphi = 2 \cdot cos(-\frac{3\pi}{4}) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$
  $z_7 = -\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot i$

h)
- Betrag: $|z_8| = -\frac{1}{2}$, denn allgemein gilt:$(|z| \cdot e^{(i\varphi)})$
- Hauptargument: $\varphi_8 = \frac{3\pi}{4}$ (siehe eulersche Form)
- kartesische Form:
  $x = |z| \cdot cos\varphi = 1 \cdot cos(\frac{3\pi}{4}) = 0$
  $y = |z| \cdot sin\varphi = 1 \cdot cos(\frac{3\pi}{4}) = -1$
  $z_8 = -1i$